

割合と比の関係に焦点を当てた割合指導の在り方

熊倉 啓之 國宗 進 松元 新一郎
(静岡大学 静岡大学 静岡大学)

Teaching the Ratio focus on the Relation between Ratio and Proportion

Kumakura Hiroyuki Kunimune Susumu Matsumoto Shinichiro

Abstract

The purpose of this paper is to clarify the relation between ratio and proportion from the viewpoint of developing systematic curriculum of ratio, and to gain some suggestions about teaching ratio. First, we investigated previous textbooks and studies. Second, we considered the relation between ratio and proportion. Finally, we gained three suggestions as follows;

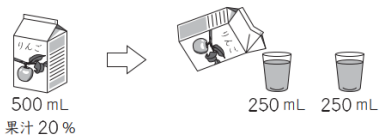
- 1) To define proportion with “two quantities relation”,
- 2) To unify the expression of “proportion of A and B”,
- 3) To teach that value of proportion is the same meaning as ratio.

キーワード： 割合，比，関係，比の値

1. 研究の背景と目的

令和4年度全国学力・学習状況調査で、図1のような割合に関する問題が出題された（国立教育政策研究所，2022）。

(3) リンゴの果汁が20%ふくまれている飲み物が500 mLあります。
この飲み物を2人で等しく分けると、1人分は250 mLになります。



500 mL
果汁 20% 250 mL 250 mL

250 mLの飲み物にふくまれている果汁の割合について、次のようにまとめます。

250 mLは、500 mLの $\frac{1}{2}$ の量です。
このとき、 ㉔

上の㉔にあてはまる文を、下の 1 から 3 までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。

- 1 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になると、果汁の割合も $\frac{1}{2}$ になります。
- 2 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になると、果汁の割合は2倍になります。
- 3 飲み物の量が $\frac{1}{2}$ になっても、果汁の割合は変わりません。

図1 令和4年度全国学力・学習状況調査 算数2(3)

選択肢で答える問題であるにもかかわらず、正答率は21.6%であり、最も多い誤答は、選択肢1を選んだ解答で67.7%である。これと似たタイプの問題が、教科書で扱われていないとはいえ、割合の本質が理解できていれば正しく答えられる問題であるが、低い正答率であったことは大きな課題である。このように、算数科の小4、小5で指導される「割合」の理解には多

くの課題があり、その解決に向けた指導のあり方についてこれまでに研究と実践が積み重ねられてきた（例えば寺岡他，1983；中村，2002；田端，2002；早川，2003；石田他，2008；坂井他，2013；栗山他，2016；中西他，2018，市川他，2022）。それにもかかわらず、上記のように大きな改善は見られない実態がある。

筆者らは、割合に関する学習内容は日常生活にも多々関係する重要なものであり、より深い理解を目指すべきであるとの立場に立ち、小4、小5に限らず、小6や中学校・高等学校数学科での指導にも目を向け、小中高を一貫する割合指導の体系的カリキュラムの構築を目指して研究を進めている。既に小・中・高の児童・生徒及び大学生の実態について調査を通して明らかにし、さらに割合の理解を深める指導のあり方を追究し逐次報告してきた（熊倉他，2019；熊倉他，2020；熊倉他，2021；松元他，2021；熊倉他，2022a）。

特に、熊倉他（2021）では、海外の割合指導に関する先行研究や日本の算数教科書分析を通して、小・中・高を一貫する体系的カリキュラム構築への示唆の1つとして「6年でも割合と関連付けた内容を扱う」(p.125)を挙げ、小6で扱う「比」などの学習と関連付けて割合を扱うことを提案した。

比が割合と関係していることは、例えば、小6の現行（H31検定済、以下同様）の教科書（藤井他，2019）の次の定義¹からも明らかである。

2と3の割合を、「:」の記号を使って2:3と表すことがあります。2:3は「二対三」と読みます。このように表された割合を、比といいます。

図2 新しい算数6年（東京書籍，p.77）

上記では、比を「割合」として定義しているが、「割合の表し方」と定義する²⁾教科書も2社ある（平等他，

2022)．どちらも、比の定義に「割合」を用いている。

一方、小5の現行教科書で扱われる「割合」の定義は、例えば次の通りである（藤井他，2019）．

もとにする量を1とみたとき、比べられる量がどれだけにあたるかを表した数を、割合といいます。

図3 新しい算数5年下（東京書籍，p.70）

上記では、基準量を1とみたときに比較量がどれだけに当たるかを表した数として定義しているが、比較量が基準量の何倍に当たるかを表す数として割合を定義している教科書も3社ある（熊倉他，2021）．どちらも割合を数として定義していて、先にみた小6での比の学習で使われる「割合」の意味とは異なっている。

このような一貫しない定義がなされている背景は何か、割合と比の関係をどのように捉えればよいか、これらの疑問を解決することは、割合指導の体系的カリキュラムを構築していく上で重要であると考ええる。

そこで本稿では、割合と比の関係に焦点を当て、割合指導の体系的カリキュラム構築の視点から、両者の関係を明らかにして、望ましい割合指導への示唆を得ることを目的とする。

研究の方法は、次の通りである。

(1) 過去の教科書や先行研究をもとに、割合と比の扱いそれぞれを分析する。

(2) (1)の分析結果をもとに、割合と比の関係について考察する。

(3) (2)の考察を踏まえて、割合指導の体系的カリキュラム構築の視点から、割合と比の関係を明らかにして、望ましい割合指導への示唆を得る。

2. 過去の教科書と先行研究の分析

分析対象とした主な教科書は表1の通りである。

表1 主な分析対象教科書

時代	教科書	発行年
黒表紙教科書	第3期国定改訂版 「尋常小算術書」 六學年	1927
緑表紙教科書	第4期国定 「尋常小算術」 五學年上・下	1940
水色表紙教科書	第5期国定 「初等科算数」 六（5學年後半用）	1943
生活単元学習	啓林館 「小学生算数」 六年上	1955
系統学習	啓林館 「小学新算数」 5年下・6年上	1960

以下では、それぞれの時代に発行された教科書やそれ以外の刊行物について、割合（あるいは歩合）と比に関する記述を分析する。

(1) 黒表紙教科書時代

ここでは第3期国定改訂版「尋常小算術書」（T14～S9）第六學年を、日本教科書体系近代編第13巻算数四（海後他，1962）に基づいて分析する．この教科書では「割合」の単元はなく、それに近い「歩合」が単元「歩合算」の中で扱われている．指導順序は、「比」→「歩合」の順である。

① 比の扱い

比は、単元「比例」の第1項で扱われている．比の定義は示されず、いきなり、比を「:」で表す次の問題が掲載されている（p.1）．

- ・11の8に対する比 ・35対100の比
- ・9と7.5の比 ・ $1\frac{1}{2}$ と4の比

2つの表現「AのBに対する比」と「AとBの比」が使われていて、後者の表現しか使っていない現行の教科書とは異なっている。

比の定義については、教師用教科書（文部省，1932，p.1）に、次の記述がある。

「甲數ノ乙數に對スル比又ハ略シテ甲對乙ノ比或ハ甲ト乙ノ比トハ甲數ガ乙數ノ幾倍ナルカ又ハ幾分ナルカトイフ甲乙2數ノ關係ナルコトヲ授ケ、～」

この記述から、比は「2数の関係」と定義していることがわかる．あわせて、比について複数の表現を認めていることも読み取れる。

なお、第1期教科書のときは、比は高等尋常小学校3・4年（現在の中1,2）の指導内容であり、松原（1983，p.152）によれば、3年で次のように比を「2数の関係」として明確に定義している。

「甲數は乙數の幾倍なるか又は幾分の幾つなるかを考へたる、この二數の關係を甲數の乙數に対する比と稱す。」

以上から、黒表紙教科書時代は、第1期から比は「2数の関係」として定義されていることが読み取れる。

② 歩合の扱い

割合の概念に近い歩合は、単元「歩合算」の第1項で扱われている．歩合の定義は示されず、いきなり、次の小数や分数を「割」「分」「厘」「毛」で答えさせる問題が掲載されている（p.31）．

- ・1/10 ・0.5 ・0.01 ・0.001
- ・0.08 ・0.023

歩合の定義については、教師用教科書（文部省，1932，p.32）に、次の記述がある。

「先づ一般ニ小ナル數ノ大ナル數ニ對スル比ノ値即チ其ノ小ナル數ガ大ナル數ノ幾分ニ當タルカラ示ス數ヲ特ニ歩合ト稱スルコトヲ授ケ、～」

この記述から、歩合を「比の値」として定義してい

ることがわかる。これは、比→歩合の順に指導していたことによる。

なお、日本教科書体系近代編第 13 巻算数四（海後他、1962）によれば、第 1 期国定教科書（高等小算術書第二學年）のときは、単元「歩合算」の中に「歩合の意義」のページが設けられ、この中に次の記述がある（p.36）。

「甲数が一般にそれよりも大なる乙数の幾分の幾つに當るかを示す數をば、甲數の乙數に對する歩合又は割合と稱す。」

この定義では、歩合＝割合としている。そして、それに続く問題でも、歩合を求める問題と割合を求める問題が混在している。しかし、第 3 期改訂版の教科書では、問題文の中に、「割合」という用語は登場していない。この当時の割合の扱いについて、直（1990）は、割合を無定義で日常語として用いていると指摘している。

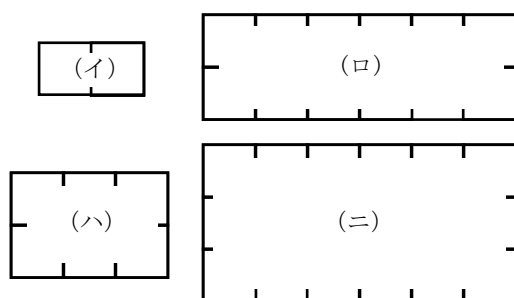
(2) 緑表紙教科書時代

ここでは第 4 期国定「尋常小算術」（S10～S16）第 5 学年上巻・下巻を、日本教科書体系近代編第 13 巻算数四（海後他、1962）に基づいて分析する。黒表紙教科書同様に「割合」の単元はなく、それに近い「歩合」が単元を設けて扱われている。また、指導順序も「比」（上巻）→「歩合」（下巻）の順である。

① 比の扱い

比は、黒表紙教科書と異なり、独立した単元「比」で扱われている。

比の定義は、4 つの長方形(イ)～(ニ)の縦の長さと横の長さを比べさせた上で、次のように示されている（p. 59）。



「上ノ矩形(イ), (ニ)ノ縦ト横トノ割合ハ、ドレモ「1 對 2」デアル。コノヤウナ割合ヲ比トイフ」

比を「割合」として定義している点に特徴がある。

また、比の表現として、「A と B の比」はあるが、「A の B に対する比」という表現は見当たらない。さらに、この教科書では「比の値」という用語は扱わず、比の値を求める代わりに「何倍か」を求める問題を扱っている点に特徴がある。

② 歩合の扱い

歩合は、比と同様に、独立した単元「歩合」で扱われている。歩合の定義については、次の記述がある

（p.41）。

「甲ガ乙ノ 1/10 倍、即チ 0.1 倍デアルトキ、甲ノ乙ニ對スル歩合ガ一割デアルトイヒ、～」

この定義では、特に「割合」という表現は使われず、割合との関係についても明記はされていない。他の単元も含めて、この教科書でも、黒表紙教科書同様に割合の明確な定義は見られず、割合を日常語として用いているといえる。

(3) 水色表紙教科書時代

ここでは第 5 期国定「初等科算数六」（S16～S20）を、日本教科書体系近代編第 13 巻算数五（海後他、1964）に基づいて分析する。この教科書は「算数六」とあるが、第 5 学年後半用である。黒表紙・緑表紙教科書同様に「割合」の単元はなく、それに近い「歩合」が扱われている。また、指導順序も「比」→「歩合」の順である。

① 比の扱い

比は、緑表紙教科書と同様に、独立した単元「比」で扱われている。

比の定義は、緑表紙教科書と全く同様である。

また、比の表現が「A と B の比」に限られている点や、比の値を扱っていない点も、緑表紙教科書と同様である。

② 歩合の扱い

歩合は、緑表紙教科書と同様に、独立した単元「歩合」で扱われている。歩合の定義については、緑表紙教科書と少し異なり、「割合」を用いて次のように定義している（p.67）。

「割合ヲ『何割何分』トイフヤウニイフトキ、コレヲ歩合トイフ。」

ただし、「割合」についてはどこにも定義されておらず、ここでの「割合」は、黒表紙・緑表紙教科書同様に、日常語として用いているといえる。

(4) 生活単元学習時代

戦後になると複数の教科書が現れるが、ここでは緑表紙・水色表紙教科書の編纂に関わった塩野直道編集の「小学生算数六年上」（塩野他、1955）を分析する。この教科書には、黒表紙・緑表紙・水色表紙教科書と同様に「割合」の単元はなく、それに近い「歩合」が扱われている。また、指導順序も「比」→「歩合」の順である。

① 比の扱い

比は、単元「比と比の値」で扱われている。比の定義は、次のように割合で定義されている（p.22）。

「あずき 2 合と米 8 合とをまぜた場合の、あずきと米とのわりあいを、2 對 8 といって、2:8 と書きます。

（中略）このようなわりあいを比といいます。」

また、比の表現も、緑表紙・水色表紙教科書と同様に、「A と B の比」という表現のみである。しかし、この教科書の「算数指導書」（塩野他、1956、pp.37-

38) には次の記述がある。

「比をいい表わす『甲数の乙数に対する比』，『甲数と乙数との比』，『甲数対乙数』等いろいろないい表わし方があることを知らせ，（中略），この言葉が自由に使えるようにすることが必要である。」

教科書では1つの表現に統一しているが，指導の上では様々な表現の仕方を許容していることがわかる。

また，緑表紙・水色表紙教科書とは異なり，比の値を扱っている。この後は，平成10年告示学習指導要領に基づく算数教科書を除き，現在に至るまですべての教科書で比の値を扱っていて，比と比の値を区別している。

② 歩合の扱い

歩合は，単元「歩合と百分率」で扱われている。歩合の定義は，比の定義と同様に割合で定義されている（p.37）。

「このように，割・分・厘で表わしたわりあい，歩合といいます。」

百分率も同様であり，比，歩合，百分率いずれも，日常語である「割合」の表し方の1つとして定義していることがわかる。

昭和26年度学習指導要領算数科編（試案）では，指導すべき用語として「割合」が記されたが，この教科書ではこれまでと変わらず割合の定義はされず，日常語として用いているといえる。

(5) 系統学習時代

(4)と同様に，緑表紙・水色表紙教科書の編纂に関わった塩野直道編集の「小学新算数」（塩野他，1960）を分析する。

それまでと大きく異なる点は，1958年告示の学習指導要領改訂を反映して，①「割合」という項目が新たに設けられたこと，②指導順序が「割合」→「比」（5年下→6年上）の順になったこと，の2点であり，この特徴は現行教科書まで変わらない。

① 割合の扱い

割合は，単元「歩合と百分率」の第1項「割合」で扱われている。

割合の定義に相当する記述は見当たらないが，割合の表し方について，次のような説明が記されている（p.66）。

「2つの量の割合は，一方の量をもとにして他方がその何倍，または，何分の何にあたっているかでいい表わすことができます。」

ただし，この記述の直前にも，「米に対する麦の割合」というような記述があり，これまで同様に「割合」という用語は日常語として使われている。なお，「Bに対するAの割合」という表現が目立つようになった点は特徴的である。また，第2項では「歩合」を扱っていて，そこでは歩合の定義を，生活単元学習時代の教科書と同様に，「このように，割・分・厘で表わした

割合を歩合といいます。」（p.68）として，割合で定義している。

② 比の扱い

比は，単元「比と歩合」の第1項「比と比の値」で扱われている。

比の定義は，次のように割合を用いている（p.68）。

「麦2dlの，米8dlに対する割合を，2dl：8dlとかいて，2dl対8dlと読みます。この割合は，2と8との割合ともみられるから，2:8と表わすこともできます。2dl：8dlや2:8のような表わし方を比といいます。」

「AのBに対する割合」という表現に対して，比の定義直後の段階では「AとBの比」という表現で統一され，比の値の定義直後では「AのBに対する比の値」という表現で統一されている。しかし，後半の練習問題では「AとBの比（の値）」「AのBに対する比（の値）」の表現が混在している。

なおこの当時，前田（1960）は，「割合という用語は，元来日常語からきており，その使い方が明確でない。」（p.239）と述べ，割合という用語の使い方には次の3通りがあると指摘している。

ア 量Aが同種の他の量Bのp倍であるとき，AのBに対する割合はpであるという使い方

イ 同種の2量の比の意味に使う場合

ウ 異種の2量について割合という用語を使う場合
割合を広義に捉え，比の文脈でも割合を用いることがあるとしている。

(6) 現代化時代以降

教科書によって扱いは様々であるが，直（1991）の分析にあるように，割合の定義は概ね現行と同じ次の2つに整理されていく。これは，前田の指摘する1つ目の使い方限定した定義である。

ア 基準量に対して，比較量が何倍に当たるかを表す数

イ 基準量を1として，比較量がいくつに当たるかを表す数

当初は，「割合」を重要新出用語として太字で示していない教科書も見られたが，現在はすべての教科書が太字で示している。

一方，比の定義は，緑表紙教科書以降は一貫して，「割合」という用語を用いて「AとBの割合」あるいは「AとBの割合の表し方」に集約されて，現在に至っている。

(7) 国定・検定教科書以外の刊行物における割合，比の扱い

① ユークリッド原論における比の扱い

ユークリッド原論（Heiberg 編，中村他訳，1971）の第5巻では，比例論を扱っていて，この冒頭で述べられている定義の3番目に，次のような比の定義がある（p.93）。

「比とは同種の二つの量の間の大きさに関するある種の関係である。」

黒表紙教科書と同様に、比を「2 つの量の関係」として定義していることがわかる。

② 数学入門辞典における比の扱い

「数学辞典」（日本数学会編，2007）には、比や割合の定義は記載されていない。「数学入門辞典」（青本他，2005）には、比について次の記述がある（p.482）。

「同種類の 2 つの量 a 、 b があって、 b が零でないときに、 a が b の何倍にあたるかという関係を a の b に対する比といい、これを $a:b$ と記す。」

ここでも、黒表紙教科書やユークリッド原論と同様に、比を「関係」として定義している。一方で、「 a の b に対する比」という表現を用いていて、比と比の値を必ずしも区別していないと考えられる。なお、数学入門辞典に、割合についての記載はない。

③ 数学小事典における比、割合の扱い

現代化時代に刊行された「数学小辞典」（矢野他，1968）には、比について次の記述がある（p.466）。

「 a 、 b を二つの数または同種の量とすると、 a が b の何倍であるかという、 a と b の関係を a と b の比といい、 $a:b$ で表わす。これを『 a 対 b 』と読む。」

ここでも、比を「関係」として定義している。一方で、ここでは「 a の b に対する比」という表現は見られない。

また、割合については次の記述があり、その中で「 a の b に対する割合」という定義を述べている（p.636）。

「比率・率：二つ以上の数または量について、その大きさの関係を表すとき、割合を用いる。 a 、 b を二つの数または同種類の量とし、 a が b の何倍であるかを表わすのに、分数 a/b を用いる。これを a の b に対する割合という。」

この小辞典では、比も割合も 2 つの数量の関係を表すのに使われ、数 a/b が割合であると定義している。

④ 算数教育指導用語辞典における割合、比の扱い

「算数教育指導用語辞典」（日本数学教育学会出版部，2004）には、「割合」と「比」について、次の記述がある。

「二つの数または同種の量 A 、 B について、 A が B の何倍であるかを表した数 P を、 A の B に対する割合という。」（p.298）

「二つの数の組を用いて表わされた割合を比という。」（p.262）

割合の定義も比の定義も、現行の教科書とほぼ同じである。

また、比の表現について、次の記述がある（p.262）。

「 $A:B$ の比を表す日本語の言い回しには、以下のように幾つかの表現があるので注意を要する。

① A と B の比 $\rightarrow A:B$

② A の B に対する比 $\rightarrow A:B$

③ A に対する B の比 $\rightarrow B:A$ 」

このような複数の表現は、黒表紙教科書（教師用）や生活単元学習時代の教師用指導書の記述と同様である。②、③は、比と比の値を特に区別していない表現といえる。

⑤ 教材「学ぼう！算数」における比、割合の扱い

教科書とは異なる理念に基づき作成された算数教材「学ぼう！算数 改訂版」（岡部他，2011）では、中学年用上（推奨学年 3 年）で「比」を、高学年用上（推奨学年 5 年）で「割合」を扱っている。

比の定義は、次の通りである。

「このように 2 つの数をくらべることを比といいます。」（p.34）

「くらべること」という定義はこれまでにない表現であり特徴的である。なお、比の表現は「 A と B の比」で統一されている。

また、割合については次の説明があり、現行の教科書の定義に類似しているといえる。

「割合は、「比べられる量」が、「もとにする量」のどれだけにあたるかを表している数です。」（p.94）

さらに、割合と比、割合と比の値の関係について、次のような記述がある。

「「比べられる量」を前項に、「もとにする量」を後項におく比をつくるとき、その比の値は割合と等しくなります。

（比べられる量）：（もとにする量）＝（割合）：1」

この表現は、必ずしも子どもにとって平易ではないが、割合と比、比の値の関係を理解する上で、重要な関係であると考えられる。

3. 考察

(1) 「割合」の定義と比の定義で用いられる「割合」

2 で分析した過去の教科書の「割合」と「比」「比の値」の扱いに関する分析結果を整理すると、表 2 のようになる。

表 2 過去の教科書での割合、比の扱いの変遷

時代	割合	比	比の値
黒表紙	無定義 (日常語)	2 量の関係	比と区別
緑表紙		2 量の割合	扱いなし
水色表紙			
生活単元			比と区別 ※H10 告示 学習指導要 領では扱い なし
系統学習			
現代化～	1 つの数		

すなわち、用語「割合」は、黒表紙教科書時代から系統学習時代頃まで、無定義で日常語として用いられていたが、現代化時代以降、基準量に対する比較量を「1 つの数」で表したものとして定義するようになり、

現在に至っている。

一方、用語「比」は、当初は「2つの数量の関係」を2つの数の組で表したものと定義していたが、緑表紙教科書時代から、「2つの数量の割合」を2つの数の組で表したものと定義するようになり、現在に至っている。

このことから、比の定義で用いる「割合」は、日常語として用いていた時代から使用してきた表現であり、現代化時代以降に「割合」を1つの数として定義するようになってからも、継続して日常語としての「割合」を用いていることに、「割合」の定義と比の定義で用いる「割合」の意味が一貫しない理由があるといえる。

(2) 「AとBの割合」という表現

(1)で考察したように、「2つの数量の割合」という表現における「割合」は、日常語として用いている。それでは、このような表現は、どのような文脈でも用いられるであろうか。例えば、次の3つの文章を比較してみる。

ア A組の男子と女子の人数の割合

イ 長方形の縦と横の長さの割合

ウ 線分ABと線分CDの長さの割合

上記のうち、ア、イは比較的見かける表現であるが、ウはあまり見かけないのではないだろうか。アの表現では、A組という全体集合が明確に意識されていて、その部分集合である男子の集合と女子の集合のそれぞれの人数を比較する文脈になっている。イの表現では、縦と横の長さの合計として全体集合が意識されているわけではないが、1つの長方形の縦と横の辺という意味で、それに近い文脈であるといえる。一方、ウの表現では、線分ABと線分CDの長さの合計を考える必然性はなく、独立した2つの数量を比較する文脈になっているといえる。このように考えると、全体集合が意識されたときの部分集合と部分集合のそれぞれの要素の個数を比較する文脈において、「AとBの割合」という表現が用いられる傾向があるが、そうでない文脈ではあまりこの表現は使われないと考えられる。すなわち、「AとBの割合」という表現は、その文脈によって使われたり使われなかったりするといえる。このような表現を用いて比を定義することは、指導上望ましいとはいえないと考える。

(3) 「AのBに対する比」という表現

2で分析したように、「AのBに対する比(Bに対するAの比)」という表現は、黒表紙教科書や生活単元学習時代の指導書、系統学習時代の教科書だけでなく、数学入門辞典や算数教育指導用語辞典でも用いられている。「AとBの比」という表現が、2つの数量AとBを並列的に扱っているのに対して、「AのBに対する比」という表現は、Bを基準量としたときのAの値、すなわち比の値を意識した表現になっているといえる。実際、例えば黒表紙教科書時代以前の教科書

「高等小學筆算教科書 卷二(竹貫登代多著、1894年発行)」(海後他、1963)では、比を次のように比の値として定義している(p.307)。

「比トハ同種類ノ二數ヲ比較シ彼數ハ此數ノ幾倍に當タルカ若シクハ幾分ノ幾ツニ當タルカヲ示ス處ノ數ヲ云フ。」

このことに関連して、松原(1983)は、次のように述べている(p.150)。

「比の定義にも凝ったものがあつた。しかし欧米なみに簡単な定義もあつた。簡単な定義とは比を割り算の商とみるもので、比と比の値の区別がなく、比とは割り算の商の1種の見方であるとする。凝ったものとは、比とは2つの量の関係であると定義するものであるから、前者が数であるのに対して、この定義によると、比は数ではなくて数の間の関係であるとするのである。」

ここで、松原のいう「欧米並み」とは、例えばドイツやフランスのことを指していると考えられる³⁾。これらの国では、「:」を除算記号として $a:b=a/b$ のように使用している(永野、2020)からである。

以上のような背景に対して、渡辺(1961)は「比と比の値は、はっきりと区別するが習慣上比を比の値の意味にも解することも認めている。」(p.186)と述べているように、比の値を意識した「AのBに対する比」という表現も許容してきたものと考えられる。

しかし、中学校数学科の学習においても、相似比、面積比、体積比など、比を扱う場面はあるが、例えば「相似比は1:2である」と表現する代わりに「相似比は1/2である」という言い方は教科書では行っていない。このように、比を比の値と同じ意味で用いている例はその後の学習場面で見当たらず、比と比の値を区別して、比は関係、比の値は数として扱っている。

また、中学校数学科や高等学校数学科では、「A:B:C」のような3つ以上の数量の関係を表す連比も登場する。連比では、比の値や基準量という概念は存在せず、並列的に3つ以上の数量の関係を表現しているといえる。

以上の点を踏まえると、基準量を意識させる「AのBに対する比」という表現を無理に用いる必要はないと考える。

(4) 「a:b」の表現のよさ

比と比の値を区別して考えるならば、比の記号「a:b」のよさは、a, bどちらの量が基準量であるかを意識することなく、その2つの数量の関係を表現できる点にあると考えられる。例えば、中学校数学科で扱う相似の学習場面で、図4のような三角形の相似比を使って対応する辺の長さを求める問題では、比例式として、「 $4:x=3:5$ 」, 「 $x:4=5:3$ 」のどちらの式を使っても問題を解決することができる。

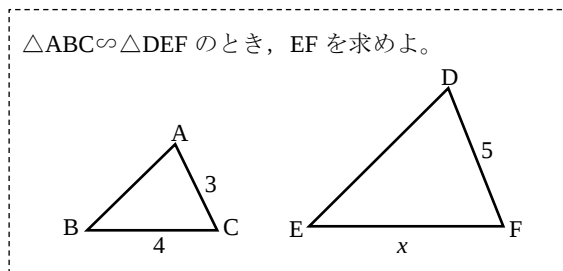


図4 相似比を用いた図形の問題

また、割合との関係を考えると、「 $a:b=a/b:1$ 」と変形した場合は、前項に現れる a/b が、 b を基準量としたときの a の割合を表している。一方で、「 $a:b=1:b/a$ 」と変形した場合は、後項の b/a が、 a を基準量としたときの b の割合を表しているとみることができる。必ずしも「後項＝基準量」と固定して捉える必要はなく、柔軟な見方ができることが重要であると考ええる。

4 割合と比の関係を踏まえた指導への示唆

割合指導の体系的カリキュラム構築の視点から、割合と比の関係を踏まえた指導への示唆として、次の3点を指摘する。

(1) 比を「2つの数量の関係」として定義する

小4、小5で、基準量に対する比較量を1つの数で表したものと「割合」を定義していることを踏まえると、小6以降でこれとは異なる意味で「割合」を使うことは適切とはいえない。3(2)で考察したことも踏まえると、日常語としての「割合」を用いるべきではないと考える。具体的には、「2つの数量の割合」という表現は使わずに、黒表紙教科書やユークリッド原論、数学入門辞典のように、比を定義するのに、「2つの数量の関係」という表現を用いることを提案する。また、図5のように、2つの数量の関係の表し方として、①1つの数で表す方法＝「割合」と、②2つの数の組で表す方法＝「比」の2つに整理し、この内容を指導することで「割合」と「比」の関係を理解させることが重要であると考ええる。

2つの数量の関係の表し方	
基準量に対する比較量を「1つの数」で表す＝割合	「2つの数の組」で表す＝比

図5 割合と比の関係の捉え方

(2) 「AとBの比」という表現に統一して扱う

3(3)で考察したように、「比」を用いた表現においては、「AのBに対する比」という表現は避け、「AとBの比」という表現に統一することが重要である。

逆に、「割合」を用いた表現では、「AのBに対する割合」「Bを基にしたときのAの割合」というように、基準量を意識した表現をするように心がけるべきである。

(3) 比の値は割合と同じ意味であることを指導する

AのBに対する比の値は、AのBに対する割合と同義であるが、教科書では1社のみが「 $a:b$ の比の値は、比較量を a 、基準量を b としたときの割合を表しているね」と吹き出して述べるにとどまっている。比と割合の関係を理解する上でも、 $a:b$ の比の値が、 b を基準量としたときの a の割合になることをきちんと指導すべきである。さらには、3(4)で考察したように、 $a:b=c:1$ としたときの c の値が、 $a:b$ の比の値に等しいことを、小6に限らず、中学以降でも丁寧に指導することが重要であると考ええる。

今後の課題は、本稿で得られた示唆を、授業実践を通して検証することである。

なお、本研究は、科研基盤(C)20K02761(代表者：熊倉啓之)「小・中・高を一貫した「割合」指導の体系的カリキュラムの開発」の助成を受けて行ったものである。

また、本稿は、日本数学教育学会第55回秋期研究大会(熊倉他, 2022b)における発表内容を、大幅に加筆し再構成したものである。

註

- 1) 小学校算数科では、数学的概念を規定する際に数学的な定義は扱わないが、算数教科書において「～といいます。」というような表現で規定されるものを、本稿では定義と呼ぶこととする。この定義は、一部数学的な定義と異なるものもあるが、多くは数学的な定義と一致している。
- 2) 例えば、1社は次のように定義している。
「2つの量の割合を表すのに、 $:$ の記号を使って、 $2:3$ のように表すことがあります。 $2:3$ は『二対三』とよみます。このような割合の表し方を比といいます。」
- 3) 松原は「欧米並み」と述べているが、アメリカでは、除算記号はイギリスや日本と同様に「 $\div$ 」を用いている。片野(2005)によれば、除算記号としてライブニッツが「 $:$ 」を、ニュートンが「 $\div$ 」を使ったことから、「 $:$ 」はドイツやフランスをはじめとするヨーロッパで、「 $\div$ 」はイギリスやアメリカで広く使われるようになったという。

引用・参考文献

- 青本和彦・上野健爾・加藤和也他6名(2005). 数学入門辞典. 岩波書店, 482.
- 藤井齊亮・真島秀行他(2020). 新しい算数. 東京書籍, 5年下, 70/6年, 77.

- 早川健(2003). 「同じ割合」に焦点を当てた割合指導の導入. 日本数学教育学会誌, 85(12), 23-30.
https://doi.org/10.32296/jjsme.85.12_23
- 平等正基・熊倉啓之(2022). 小学生の割合に関する理解を深める指導-第6学年「比」の単元における実践を通して-, 静岡大学教育実践総合センター紀要, 32, 303-310.
<https://doi.org/10.14945/00028719>
- I.L.Heiberg 編・中村幸四郎他訳(1971). ユークリッド原論. 共立出版, 93-116. (原著出版, 1883-1916).
- 市川啓・高橋丈夫・青山尚司・加固希支男(2022). 算数教材研究 割合. 東洋館出版.
- 石田淳一・神田恵子(2008). 5 学年「割合」単元における関係図や線分図をかいたり, よんだりする指導に関する研究. 科学教育研究, 32(3), 153-163.
<https://doi.org/10.14935/jsesj.32.153>
- 海後宗臣他編(1962). 日本教科書体系近代編第 13 巻 算数(四). 講談社.
- 海後宗臣他編(1963). 日本教科書体系近代編第 12 巻 算数(三). 講談社.
- 海後宗臣他編(1964). 日本教科書体系近代編第 14 巻 算数(五). 講談社.
- 片野善一郎(2005). 数学用語と記号ものがたり. 裳華房, 16-25.
- 国立教育政策研究所(2022). 令和 4 年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数, 36-51.
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎(2019). 中学生・高校生の割合の理解に関する調査研究. 静岡大学教育実践総合センター紀要, 29, 80-89.
<https://doi.org/10.14945/00026356>
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎・早川健・近藤裕(2020). 中学校・高等学校数学科における割合指導に関する研究. 静岡大学教育実践総合センター紀要, 30, 49-58.
<https://doi.org/10.14945/00027105>
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎(2021). 海外の先行研究からみた日本の割合指導の特徴. 静岡大学教育実践総合センター紀要, 31, 117-126.
<https://doi.org/10.14945/00027910>
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎・早川健・近藤裕(2022a). 小学生の割合の理解に関する研究. 静岡大学教育実践総合センター紀要, 32, 127-134.
<https://doi.org/10.14945/00028698>
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎(2022b). 割合と比の関係に関する考察. 日本数学教育学会第55回秋期研究大会発表集録, 221-224.
- 栗山和弘・吉田甫(2016). 割合概念の学習における認知的障害-等全体のインフォーマルな知識に着目して-. 教授学習心理学研究, 12, 1-9.
https://doi.org/10.20629/japlt.12.1_1
- 前田隆一(1960). 第 3 編割合 第 1 章指導内容の解説. 赤羽千鶴他, 新算数教育講座第 3 巻数量関係. 吉野書房, 239-267.
- 松元新一郎・熊倉啓之・國宗進(2021). 小学校教員養成段階における大学生の割合の理解に関する調査研究-中学生・高校生の調査結果との比較を通して-. 静岡大学教育実践総合センター紀要, 31, 137-146.
<https://doi.org/10.14945/00027912>
- 文部省(1932). 尋常小學校算術書第六學年教師用. 日本書籍, 1.
- 岡部恒治・西村和雄編著(2011). 学ぼう! 算数 改訂版. 数研出版, 中学年用上, 34 / 高学年用上, 94.
- 松原元一(1983). 算数教材の考え方教え方. 国土社, 149-156.
- 永野裕之(2020). とてつもない数学. ダイヤモンド社.
- 中村享史(2002). 割合指導に関する研究の動向と今後の方向. 日本数学教育学会誌, 84(8), 14-21.
https://doi.org/10.32296/jjsme.84.8_14
- 中西正治・杉井誠(2018). 割合の教授法に関する一考察 -『算数書案 割合』の実証的考察を通して-. 三重大学教育学部研究紀要, 69, 195-220.
- 直芳子(1990). 小学校における「割合」指導の変遷(1)-「割合」と「比」の定義に着目して-. 日本数学教育学会誌, 72(12), 312-317.
https://doi.org/10.32296/jjsme.72.12_22
- 直芳子(1991). 小学校における「割合」指導の変遷(2)-「割合」と「比」の定義に着目して-. 日本数学教育学会誌, 73(2), 2-10.
https://doi.org/10.32296/jjsme.73.2_2
- 日本数学会(2007). 数学辞典第 4 版. 岩波書店.
- 日本数学教育学会出版部(2004). 算数教育指導用語辞典第三版. 教育出版, 275/262.
- 坂井武司・齋藤昇・高橋正・廣瀬隆司(2013). 割合についての児童の認識に関する研究. 数学教育学会誌, 53(3・4), 97-106.
https://doi.org/10.34323/mesj.53.3-4_97
- 塩野直道他(1955). 小学生算数 6 年上. 啓林館.
- 塩野直道他(1956). 小学生算数指導書. 啓林館.
- 塩野直道他(1960). 小学新算数 5 年下 / 6 年上. 啓林館.
- 田端輝彦(2002). 同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察. 日本数学教育学会誌, 84(8), 22-29.
https://doi.org/10.32296/jjsme.84.8_22
- 寺岡利幸・横山真智子(1983). 割合指導における導入時の工夫. 日本数学教育学会誌, 65(6), 15-18.
- 渡辺正八(1961). 比と比の値(1). 日本数学教育会誌, 43(12), 2-4.
https://doi.org/10.32296/jjsmep.43.12_2
- 矢野健太郎・茂木勇・石原繁編著(1968). 数学小辞典. 共立出版.